Gekanteld vierkant

8 maximumscore 5

- Omdat $\angle PBC = 90^\circ$ is PC een middellijn van de cirkel (Thales) 2
- Het middelpunt M is het midden van lijnstuk PC dus $M(-1, -\frac{1}{2})$ 1
- De straal is $\frac{1}{2}CP = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 7^2} = \frac{1}{2}\sqrt{85}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) $(= 4{,}609...)$ 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Omdat $\angle PBC = 90^\circ$ is PC een middellijn van de cirkel (Thales) 2
- Het middelpunt M is het midden van lijnstuk PC dus $M(-1, -\frac{1}{2})$ 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = r^2$ 1
- Invullen van de coördinaten van P, B of C geeft $r^2 = 21\frac{1}{4}$, dus een vergelijking van de cirkel is $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De middelloodlijn van lijnstuk BC heeft vergelijking $y = -\frac{1}{2}x - 1$ (of vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$) 1
- De middelloodlijn van lijnstuk PB heeft vergelijking $y = 2x + 1\frac{1}{2}$ (of vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3\frac{1}{2} \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$) 1
- Berekenen van het snijpunt van de middelloodlijnen geeft middelpunt $M(-1, -\frac{1}{2})$ 1
- De straal is CM $(= BM = PM) = \sqrt{21\frac{1}{4}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) $(= 4{,}609...)$ 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

Vraag	Antwoord	Scores

- Een vergelijking van de cirkel (met middelpunt (a, b) en straal r) is $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ — 1
- Invullen van de coördinaten van de punten B, C en P geeft $a^2+(4-b)^2=r^2$, $(-4-a)^2+(-4-b)^2=r^2$ en $(2-a)^2+(3-b)^2=r^2$ — 1
- Beschrijven hoe dit stelsel van drie vergelijkingen met drie onbekenden opgelost kan worden — 1
- $a=-1$, $b=-\frac{1}{2}$ en $r=\sqrt{21,25}$ $(=4,609...)$ — 1
- Een vergelijking van de cirkel is $(x+1)^2+(y+\frac{1}{2})^2=21,25$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

9 maximumscore 5

- De lijn door P en D heeft vergelijking $y=-5\frac{1}{2}x+14$ — 1
- De lijn door C loodrecht op de lijn door P en D heeft vergelijking $y=\frac{2}{11}(x+4)-4$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- Snijden van de twee lijnen geeft de vergelijking $\frac{2}{11}(x+4)-4=-5\frac{1}{2}x+14$ — 1
- Dit geeft $x=3\frac{1}{25}$ — 1
- Het antwoord $Q(3\frac{1}{25}, -2\frac{18}{25})$ — 1

of

- De lijn door P en D heeft vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}+t\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{CQ}=\begin{pmatrix} 6+2t \\ 7-11t \end{pmatrix}$ — 1
- $\overrightarrow{CQ}\perp\overrightarrow{PD}$ geeft $\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 6+2t \\ 7-11t \end{pmatrix}=0$ — 1
- Dit geeft $t=\frac{13}{25}$ — 1
- Het antwoord $Q(3\frac{1}{25}, -2\frac{18}{25})$ — 1

of

- Omdat $\angle PQC = 90^\circ$ is PC een middellijn van de cirkel (Thales), dus ligt Q op de cirkel door P, B en C met vergelijking $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ 1
- De lijn door P en D heeft vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \end{pmatrix}$ 1
- $(2t+3)^2 + (-11t + 3\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ geeft $125t^2 - 65t = 0$ 1
- Dit geeft $t = \frac{13}{25}$ ($t = 0$ voldoet niet) 1
- Het antwoord $Q(3\frac{1}{25}, -2\frac{18}{25})$ 1

of

- Omdat $\angle PQC = 90^\circ$ is PC een middellijn van de cirkel (Thales), dus ligt Q op de cirkel door P, B en C met vergelijking $(x+1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ 1
- De lijn door P en D heeft vergelijking $y = -5\frac{1}{2}x + 14$ 1
- $(x+1)^2 + (-5\frac{1}{2}x + 14\frac{1}{2})^2 = 21\frac{1}{4}$ geeft $31\frac{1}{4}x^2 - 157\frac{1}{2}x + 190 = 0$ 1
- Dit geeft (bijvoorbeeld met de abc-formule) $x = 3\frac{1}{25}$ ($x = 2$ voldoet niet) 1
- Het antwoord $Q(3\frac{1}{25}, -2\frac{18}{25})$ 1

of

- De lijn door P en D heeft vectorvoorstelling $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ -11 \end{pmatrix}$ 1
- Dus Q heeft coördinaten $(2+2t, 3-11t)$ 1
- $CP^2 = CQ^2 + PQ^2$ geeft $6^2 + 7^2 = (6+2t)^2 + (7-11t)^2 + (2t)^2 + (-11t)^2$ 1
- Dit geeft $t = \frac{13}{25}$ ($t = 0$ voldoet niet) 1
- Het antwoord $Q(3\frac{1}{25}, -2\frac{18}{25})$ 1

10 maximumscore 5

- De hoogte van driehoek CDQ, met basis CD, moet $\frac{2}{3}$ deel zijn van de zijde van het vierkant 1
- Dus $DQ : PQ = 2 : 1$ 1
- ($\overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OD} + \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{DP}$ geeft) $\overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix} + \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \end{pmatrix}$ 2
- Het antwoord $Q(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3})$ 1